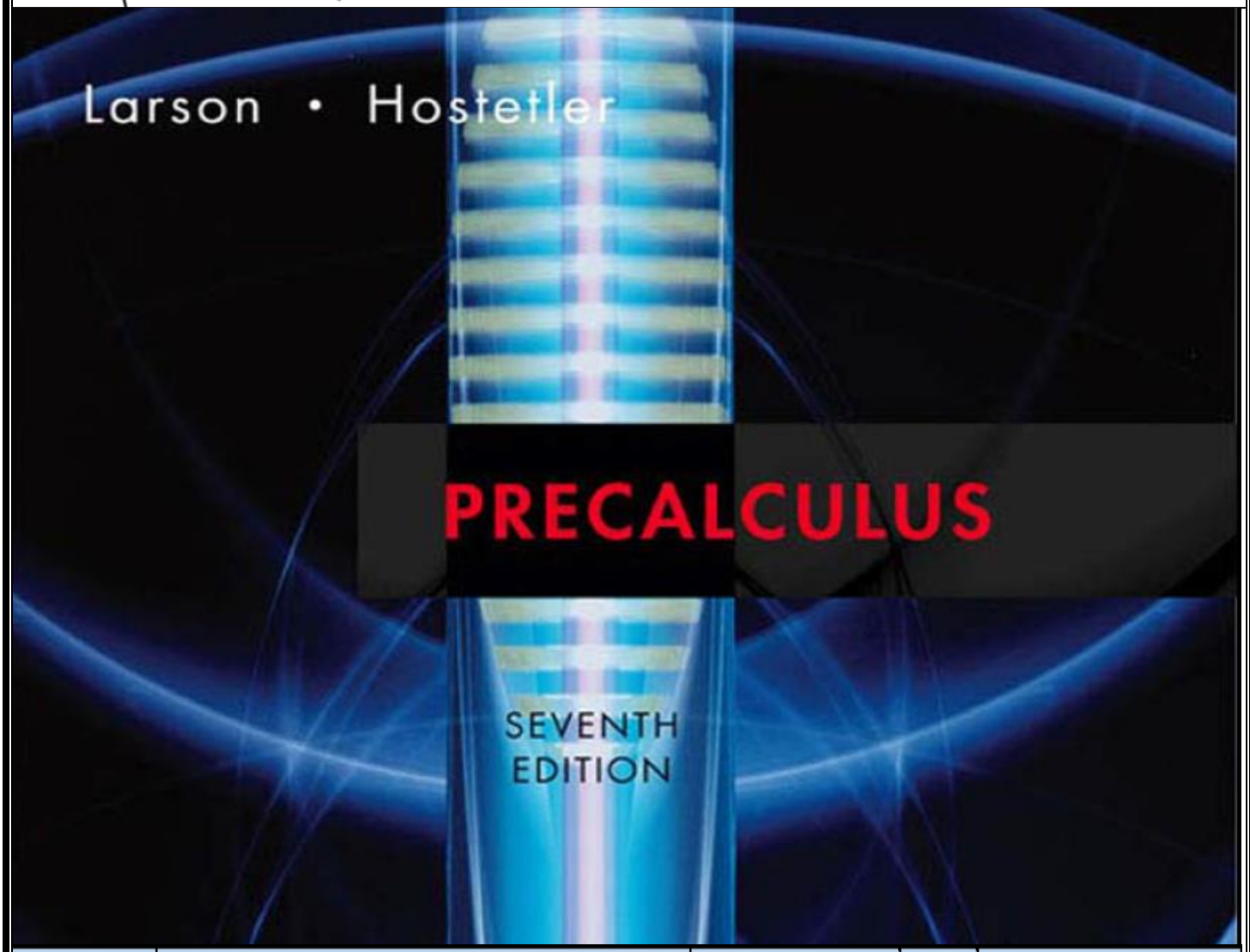


List of Topics	Lecture and Examples	Case Studies/Tutorials (Applications)	Contact Hours	Exercises to do by students as homework
Equations And Inequalities	Absolute Value and Distance (page: A4 in Appendix) Examples: 4	Pages: A8-A9 44, 48, 56	2	12, 28, 40, 42, 44, 108, 110, 112, 114
	Solving Equations • Equations and Solutions of Equations (pages: A46-A47 in Appendix) Examples:1, 2, 3 • Solving a Quadratic Equations A49, Examples: 4, 5, 6, 7,8, 9 • Equations Involving Radicals (Page: A54 in Appendix) Examples: 12 and 13 • Equations with Absolute Values (page: A55 in Appendix) Example 14	pages: A58:A59 22, 48, 162, 188, 192,	3	pages: A58:A59 8, 10, 28, 44, 54, 68, 80, 92,98, 132, 136, 138, 150, 160, 184, 185, 190, 194 and 204
	• Solving a Linear Inequality in One Variable (A62) Examples: 2 and 3 • Inequalities Involving Absolute Values (A64) Examples: 4, 5, 6	Pages: A66-A69 12,50, 84, 102, 109, 113,	2	Pages: A66-A69 4, 10, 18, 26, 38, 40, 42, 50, 60, 82, 86, 96, 104, 110, 114

CHAPTER- (0)- Equations and Inequalities MAT 122

Absolute Value and Distance

القيمة المطلقة والمسافة بين النقطتين

Definition of Absolute Value

القيمة المطلقة

If a is a real number, then the absolute value of a is

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{if } a \geq 0 \\ -a, & \text{if } a < 0 \end{cases}$$

القيمة المطلقة: هي بعد العدد عن الصفر.
* القيمة المطلقة دائما وابدا: موجبة.

أمثلة $|2| = 2$ ، $|-2| = 2$ ، $|-5| = 5$

$-|-3| = -3$

لاحظ ان $|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

Example 4 Evaluating the Absolute Value of a Number

اوجد

Evaluate $\frac{|x|}{x}$ for (a) $x > 0$ and (b) $x < 0$.

$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

الحل

(a) $x > 0$

$\frac{|x|}{x} = \frac{x}{x} = 1$

في حالة كان الـ $|x|$ موجبة

(b) $x < 0$

$\frac{|x|}{x} = \frac{-x}{x} = -1$

في حالة أصل الـ $|x|$ سالبة

---

47. $\frac{|x+2|}{x+2}, \quad x < -2$

خذ صابر اصل القيمة المطلقة = صفر

$x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$

$|x+2| = \begin{cases} x+2 & x \geq -2 \\ -(x+2) & x < -2 \end{cases}$

$\frac{|x+2|}{x+2} = \frac{-(x+2)}{x+2} = -1$

في حالة $x < -2$ ناخذ الـ $|x+2|$ اصله بالسالب

خواص القيمة المطلقة:

Properties of Absolute Values

1. $|a| \geq 0$
2. $|-a| = |a|$
3. $|ab| = |a||b|$
4. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}, \quad b \neq 0$

Absolute value can be used to define the distance between two points on the real number line.

المسافة

Distance Between Two Points on the Real Number Line

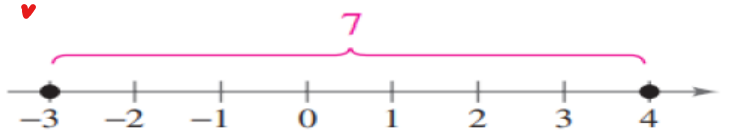
Let a and b be real numbers. The **distance between a and b** is

$$d(a, b) = |b - a| = |a - b|.$$

المسافة بين نقطتين على خط الأعداد

ايجد المسافة بين العددين 4 و -3

$d(-3,4) = |4-(-3)| = |4+3| = 7$



أو $d(4,-3) = |-3-(4)| = |-3-4| = |-7| = 7$

In Exercises 39–48, evaluate the expression.

واجب بالخطة

44. $-3 - |-3|$

ايجد التعبير

$\Rightarrow -3 - |-3| = -3 - 3 = -6$

48. $\frac{|x-1|}{x-1}, \quad x > 1$

ايجاد مساوي صايد لكل القيمة المطلقة = صفر وحل المعادلة

$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

$|x-1| = \begin{cases} x-1 & x \geq 1 \\ -(x-1) & x < 1 \end{cases}$

في حالة $x > 1$

$\frac{|x-1|}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} = 1$

In Exercises 55–60, find the distance between a and b.

ايجد المسافة

56. $a = -126, b = -75$

واجب بالخطة

الحل

$d(a,b) = |a-b| = |b-a|$

$d(a,b) = d(-126,-75) = |-75-(-126)| = |-75+126|$

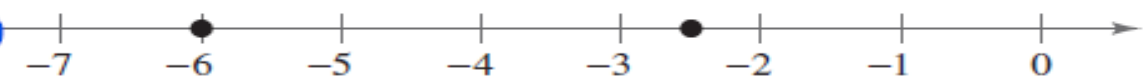
$= |51| = 51$

A.1 Exercises

ضع علامة < أو > بين العددين

In Exercises 11 and 12, approximate the numbers and place the correct symbol (< or >) between them.

12.



كلما اتجهنا نحو اليمين الاعداد تكبر
في الاعداد السالبة العدد الصغير هو الكبير

$-6 < -2\frac{1}{2}$

In Exercises 19–30, (a) give a verbal description of the subset of real numbers represented by the inequality or the interval, (b) sketch the subset on the real number line, and (c) state whether the interval is bounded or unbounded.

المطلوب ① اعطاء وصف للمتباينة.
② رسم المتباينة على خط الاعداد.
③ تحديد هل المتباينة محدودة ام غير محدودة

28. $0 < x \leq 6$

(a) x is greater than 0 and less than or equal to 6

(b) $0 < x \leq 6 = (0, 6]$ (c)

لو كانت في المتباينة مرة واحدة فقط غير محدودة

In Exercises 39–48, evaluate the expression.

التعبيرات ارجد

40. $|0| = 0$

42. $|4 - 1| = |3| = 3$

حدد

True or False? In Exercises 107 and 108, determine whether the statement is true or false. Justify your answer.

خطأ أو صح

108. Because $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$, then $\frac{c}{a+b} = \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$.

خذ $a=1, b=2, c=3$

$\frac{a+b}{c} = \frac{1+2}{3} = \frac{3}{3} = 1$

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$

$\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$

عوض عن a و b و c

$\frac{c}{a+b} = \frac{3}{1+2} = \frac{3}{3} = 1$

$\frac{c}{a} + \frac{c}{b} = \frac{3}{1} + \frac{3}{2} = \frac{6+3}{2} = \frac{9}{2}$

$\frac{c}{a+b} \neq \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$

110. ***Think About It*** Is there a difference between saying that a real number is positive and saying that a real number is nonnegative? Explain.

هل هناك بين القول على العدد الحقيقي انه موجب أو غير سالب؟

Postive
العدد الموجب هو العدد الغير سالب و لا يشمل الصفر

non negative
postive , Zero
العدد غير السالب هو العدد الموجب بالإضافة للصفر

112. ***Writing*** Describe the differences among the sets of natural numbers, whole numbers, integers, rational numbers, and irrational numbers.

صف الفرق بين مجموعة الأعداد الطبيعية والأعداد الكلية والأعداد الصحيحة والأعداد النسبية وغير النسبية

الطبيعية $N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

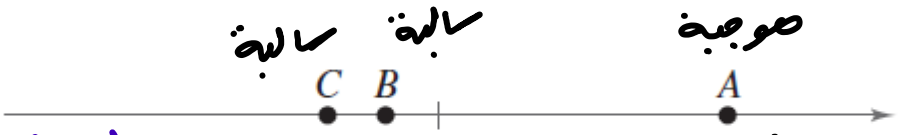
الكلية $W = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

الصحيحة $Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$

النسبة $Q = \left\{\frac{a}{b},\ b \neq 0\right\}$ | الغير النسبية $I = \{\sqrt{2}, \pi, e, \ldots\}$

In Exercises 113 and 114, use the real numbers A, B, and C shown on the number line. Determine the sign of each expression.

استخدم الأعداد A, B, C التي على خط الأعداد لتحديد إشارة كل تعبير



ال C سالبة
ال A موجبة

114. (a) $-C$

(b) $A - C$

(a) $-C = -(-c) = +C$ (Postive)

(b) $A - C = A - (-C) = A + C$ (postive)

A.5 Solving Equations

حل المعادلات

المعادلة:

An **equation** in x is a statement that two algebraic expressions are equal.

المعادلة عبارة عن جملة رياضية تحتوي علامة (=)

$$3x - 5 = 7,\ x^2 - x - 6 = 0,\ \text{and}\ \sqrt{2x} = 4$$

أمثلة: $x^2 = 7$, $x^2 - 2x = 3$, $x + 1 = 0$

المعادلة تحتوي على رموز

Linear Equations in One Variable

المعادلات الخطية في متغير واحد.

Definition of a Linear Equation

A **linear equation in one variable** x is an equation that can be written in the standard form

$$ax + b = 0$$

الصورة العامة لمعادلة الخط المستقيم

where a and b are real numbers with $a \neq 0$.

* المعادلة الخطية هي معادلة تحتوي متغير واحد.

Example 1 Solving a Linear Equation

a. $3x - 6 = 0$

$3x - 6 = 0$ ← انقل

$3x = 6$ ÷ 3

$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$ ⇒ $x = 2$

b. $5x + 4 = 3x - 8$

$5x + 4 = 3x - 8$ ← انقل

$5x - 3x = -8 - 4$

$2x = -12$

اقسم على 2

$\frac{2x}{2} = \frac{-12}{-2}$

$x = -6$

Now try Exercise 13. $7 - 2x = 25$

$-2x = 25 - 7 \Rightarrow -2x = 18 \Rightarrow \frac{-2x}{-2} = \frac{18}{-2} \Rightarrow x = -9$

Example 2 An Equation Involving Fractional Expressions

معادلات تحتوي على تعبيرات كسرية

* المعادلة غير خطية لكي نحلها خطية لازم نخلص من المقام 3 و 4
لكي نخلص من الـ 3 و 4 نضرب المعادلة في عدد يقسم 3 و 4 وهو 3.4 = 12

Solve $\frac{x}{3} + \frac{3x}{4} = 2.$

الحل ←

$+12 \cdot \frac{x}{3} + \frac{12 \cdot 3x}{4} = 2 \cdot 12$

$4x + 9x = 24$

$\frac{13x}{13} = \frac{24}{13}$ ⇒ $x = \frac{24}{13}$

Example 3 An Equation with an Extraneous Solution

Solve $\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x+2} - \frac{6x}{x^2-4}.$

الحل ←

$\frac{1}{x-2} = \frac{3}{x+2} - \frac{6x}{(x-2)(x+2)}$

لاحظ ان: $x^2 - 4 = (x-2)(x+2)$

$\frac{1\cdot(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{3\cdot(x-2)}{(x+2)(x-2)} - \frac{6x}{(x-2)(x+2)}$

$1\cdot(x+2) = 3\cdot(x-2) - 6x$

$x + 2 = 3x - 6 - 6x$

$x + 2 = -6 - 3x$

$1x + 3x = -6 - 2$

$4x = -8$ ⇒ $\frac{4x}{4} = \frac{-8}{4}$

$x = -2$

Now try Exercise **37.** $\frac{x}{x+4} + \frac{4}{x+4} + 2 = 0$

الحل ←

$\frac{x}{x+4} + \frac{4}{x+4} + 2 = 0$

اضرب الـ 2 بسطا ومقاما في $x+4$

$\frac{x}{x+4} + \frac{4}{x+4} + \frac{2(x+4)}{(x+4)} = 0$

$x + 4 + 2(x+4) = 0$

$x + 4 + 2x + 8 = 0$

$3x + 12$ ⇒ $3x = -12$

$\frac{3x}{3} = \frac{-12}{3}$ ⇒ $x = -4$

CHAPTER- (0)- Equations and Inequalities MAT 122

Quadratic Equations المعادلات التربيعية

A **quadratic equation** in x is an equation that can be written in the general form

$$ax^2 + bx + c = 0$$

second-degree polynomial equation in x.

الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية

أمثلة: $x^2+6x+5=0$ ، $x^2-4=0$ و $x^2-2x=0$

Solving a Quadratic Equation

- حل المعادلة التربيعية
- حل المعادلة التربيعية
- لازم تكون صفرية

التحليل

① Factoring: If $ab = 0$, then $a = 0$ or $b = 0$.

أول طرق حل المعادلة التربيعية هو التحليل.

① $x^2+5x+6=0$
$(x+2)(x+3)=0$
اذا كان اشارة الاخير موجبة نبحث عن عددين ضربهم = 6 وجمعهم = 5 الاشارات نفس الاوسط

② $x^2-5x-6=0$
$(x-6)(x+1)=0$
اذا كان اشارة الاخير سالبة نبحث عن عددين ضربهم = 6 وطرحهم = 5 الاشارات مختلفة العدد الاخير باخذ اشارة الاوسط والعدد الاخر عكس

Example 4 Solving a Quadratic Equation by Factoring

تحليل باطلقص
- نحلل الـ $2x^2$ و 4
- اشارة الـ 4 موجبة
- نضرب طرفين اطلقص ونجمع
- لو كان ناتج الضرب = 9x نفس الاوسط يبقى صح

a. $2x^2 + 9x + 7 = 3$

الحل

$2x^2+9x+7-3=0$

$2x^2+9x+4=0$

$2x \times 1 = 2x$ ، $x \times 4 = 4x$ ✓ ، $2x \times 2 = 4x$

$(2x+1)(x+4)=0$

$2x+1=0$ أو $x+4=0$

$2x=-1$ ، $x=-4$

$x=-\frac{1}{2}$

b. $6x^2 - 3x = 0$ الحل

$6x^2 - 3x = 0$ نأخذ $3x$ عامل مشترك

$6x \cdot x - 3x = 0$

$3x(2x - 1) = 0$

$3x = 0$ | $2x - 1 = 0$

$x = 0$ | $2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

Now try Exercise **57.** $x^2 - 2x - 8 = 0$ الحل

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x + 2)(x - 4) = 0$

$x + 2 = 0$ أو $x - 4 = 0$

$x = -2$ و $x = 4$

طريقة الجذر التربيعي

2 **Square Root Principle:** If $u^2 = c$, where $c > 0$, then $u = \pm\sqrt{c}$.

Example 5 Extracting Square Roots

حل المعادلة بأخذ الجذر التربيعي في المعادلات التربيعية أقسم الطرفين على 4

Solve each equation by extracting square roots.

a. $4x^2 = 12$ الحل

$\frac{4x^2}{4} = \frac{12}{4}$

$x^2 = 3$

خذ الجذر التربيعي للطرفين.

$\sqrt{x^2} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$

b. $(x - 3)^2 = 7$ الحل

$(x-3)^2 = 7$

خذ الجذر التربيعي للطرفين.

$\sqrt{(x-3)^2} = \sqrt{7}$

$x - 3 = \pm\sqrt{7}$

$x - 3 = \sqrt{7}$ or $x - 3 = -\sqrt{7}$

$x = \sqrt{7} + 3$ or $x = -\sqrt{7} + 3$

3 **Completing the Square:** If $x^2 + bx = c$, then $x^2+bx=c$ طريقة إكمال المربع

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = c + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

Add $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ to each side

تأكد ان معامل $x^2 = 1$

$$\left(x + \frac{b}{2}\right)^2 = c + \frac{b^2}{4}.$$

① الـ x بطرف و العدد بطرف
② نوجد نصف العدد هما إمام الـ x
③ نصدين تربيعة و نضيفة للطرفين
④ نحلل الطرف الأيسر
⑤ نكمل الحل بأخذ √ للطرفين

ملاحظة: لو فيه عدد امام الـ x^2 غير الـ 1 نقسم عليه

Example 6 **Completing the Square: Leading Coefficient Is 1**

Solve $x^2 + 2x - 6 = 0$ by completing the square.

الحل

$x^2 + 2x = 6$

$x^2 + 2x + 1 = 6 + 1$

$(x+1)^2 = 7$

$\sqrt{(x+1)^2} = \sqrt{7}$

$x + 1 = \pm\sqrt{7}$

$x = -1 \pm \sqrt{7}$

① ننقل الـ 6 الطرف الاخر
② نوجد نصف العدد امام الـ x ونربعه و نضيفة للطرفين
③ ناخذ √ للطرفين
④ التربيع يشيل الجذر

Now try Exercise $x^2 + 12x + 25 = 0$

الحل

$x^2 + 12x = -25$

$x^2 + 12x + 36 = -25 + 36$

$x^2 + 12x + 36 = 11$

$(x+6)^2 = 11$

$\sqrt{(x+6)^2} = \sqrt{11}$

$x + 6 = \pm\sqrt{11}$

$x = -6 \pm \sqrt{11}$

① انقل الـ 25 الطرف الاخر
② نوجد نصف العدد هما أمام x نربعة نضيفة للطرفين
③ نحلل الطرف الأيسر
④ خذ √ للطرفين
⑤ التربيع يشيل الجذر

Example 7 **Completing the Square: Leading Coefficient Is Not 1**

$3x^2 - 4x - 5 = 0$

$3x^2 - 4x = 5$ ← ① انقل الـ 5

$\frac{3x^2}{3} - \frac{4x}{3} = \frac{5}{3}$ ② اقسم على 3

$x^2 - \frac{4}{3}x = \frac{5}{3}$ ← ③ نوجد نصف العدد أمام x ثم نربعه

$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{3}$ ← ④ نربعه ونضيفه للطرفين

$x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \frac{3 \cdot 5}{3} + \frac{4}{9}$

$x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9} = \frac{19}{9}$ ⑤ نحلل الطرف الأيسر

$(x + \frac{2}{3})^2 = \frac{19}{9}$ ⑥ نأخذ √ للطرفين

$\sqrt{(x+\frac{2}{3})^2} = \sqrt{\frac{19}{9}}$

$x + \frac{2}{3} = \pm \frac{\sqrt{19}}{3}$

$x = -\frac{2}{3} \pm \frac{\sqrt{19}}{3}$

Now try Exercise **91.** $2x^2 + 5x - 8 = 0$

الحل ←

$2x^2 + 5x = 8$ ① انقل الـ 8 الطرف الآخر

$\frac{2x^2}{2} + \frac{5x}{2} = \frac{8}{2}$ ② نقسم على 2 لأن أمام x^2 يساوي 1

$x^2 + \frac{5}{2}x = 4$ ③ نوجد نصف ما أمام الـ x

$\frac{5}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$

$x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} = 4 + \frac{25}{16}$ ④ نربعه ونضيفه يسار ويمين

$x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} = \frac{89}{16}$ ⑤ نحلل الطرف الأيسر

$(x + \frac{5}{4})^2 = \frac{89}{16}$ ⑥ نأخذ √ للطرفين

$\sqrt{(x+\frac{5}{4})^2} = \sqrt{\frac{89}{16}}$

$x + \frac{5}{4} = \pm \frac{\sqrt{89}}{4} \Rightarrow x = -\frac{5}{4} \pm \frac{\sqrt{89}}{4}$

CHAPTER- (0)- Equations and Inequalities

Quadratic Formula: If $ax^2 + bx + c = 0$, then $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

④ طريقة القانون العام

① لابد ان تكون المعادله = صفر

② نوجد ما امام الـ x^2 = a ، نوجد ما أمام الـ x = b ، نوجد الـ c العدد ما فيه x

نعوض بالقانون

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Example 8 The Quadratic Formula: Two Distinct Solutions

Use the Quadratic Formula to solve $x^2 + 3x = 9$.

الحل

$x^2 + 3x - 9 = 0$

$a = 1$ ، $b = 3$ ، $c = -9$

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 4(1)(-9)}}{2}$$

$$X = \frac{-3 \pm \sqrt{45}}{2} = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2} = \frac{-3}{2} \pm \frac{3}{2}\sqrt{5}$$

ملاحظة ← المميز $= b^2 - 4ac$

+ حلان مختلفان

- ليس لها حل

0 حل واحد

Now try Exercise

101. $x^2 + 8x - 4 = 0$

الحل

$x^2 + 8x - 4 = 0$

$a = 1$ ، $b = 8$ ، $c = -4$

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4(1)(-4)}}{2} = \frac{-8 \pm \sqrt{80}}{2}$$

$$X = \frac{-8 \pm 4\sqrt{5}}{2} = \frac{-8}{2} \pm \frac{4}{2}\sqrt{5} = -4 \pm 2\sqrt{5}$$

$\sqrt{80} = \sqrt{16 \cdot 5} = 4\sqrt{5}$

Example 9 The Quadratic Formula: One Solution

Use the Quadratic Formula to solve $8x^2 - 24x + 18 = 0$.

الحل

$8x^2 - 24x + 18 = 0$

$a = 8$ ، $b = -24$ ، $c = 18$

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{24 \pm \sqrt{576 - 4(8)(18)}}{16} = \frac{24 \pm \sqrt{576 - 576}}{16}$$

$$X = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

لاحظ ان ما تحت الجذر = 0

يوجد حل وحيد

Now try Exercise 105. **105.** $9x^2 + 24x + 16 = 0$

الحل

$9x^2+24x+16=0$ $\quad a=9$ ، $b=24$ ، $C=16$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-24\pm\sqrt{576-4(9)(16)}}{18}=\frac{-24\pm\sqrt{576-576}}{18}$$

ملاحظة: اذا كان الجذر = صفر
للمعادلة حل واحد

$$x=\frac{-24}{18}=-\frac{4}{3}$$

Equations Involving Radicals

Example 12 Solving Equations Involving Radicals

معادلات تحتوي على جذور

→ $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

a. $\sqrt{2x+7}-x=2$ Original equation

الحل

لاحظ ان التربيع يشيل الـ √

- انقل الـ x الطرف الآخر
- ربع الطرفين

$\sqrt{2x+7}=2+x$ $\Rightarrow(\sqrt{2x+7})^2=(2+x)^2$

$2x+7=4+4x+x^2$

$x^2+4x+4-2x-7=0 \Rightarrow x^2+2x-3=0 \Rightarrow (x-1)(x+3)=0 \Rightarrow x=1 \text{ ، } x=-3$

b. $\sqrt{2x-5}-\sqrt{x-3}=1$

الحل

$\sqrt{2x-5}=1+\sqrt{x-3}$

$(\sqrt{2x-5})^2=(1+\sqrt{x-3})^2$

$2x-5=1+2\sqrt{x-3}+x-3$

$2x-5=x-2+2\sqrt{x-3}$

$x-3=2\sqrt{x-3}$

$(x-3)^2=(2\sqrt{x-3})^2$

$x^2-6x+9=4(x-3)$

$x^2-6x+9=4x-12$

$x^2-6x+9-4x+12=0$

$x^2-10x+21=0$

$(x-3)(x-7)=0$

$x=3 \mid x=7$

Example 14 **Solving an Equation Involving Absolute Value**

معادلات تحتوي قيمة مطلقة.

Solve $|x^2 - 3x| = -4x + 6$.

$|x| = \begin{cases} x \\ -x \end{cases}$

الحل

$x^2 - 3x = -4x + 6$

$x^2 - 3x + 4x - 6 = 0$

$x^2 + x - 6 = 0$

$(x - 2)(x + 3)$

$x - 2 = 0 \quad | \quad x + 3 = 0$

$x = 2 \quad | \quad x = -3$

$-x^2 + 3x = -4x + 6$

$-x^2 + 3x + 4x - 6 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$

$(x - 1)(x - 6) = 0$

$x - 1 = 0 \quad | \quad x - 6 = 0$

$x = 1 \quad | \quad x = 6$

---

181. $|x| = x^2 + x - 3$

الحل

$x = x^2 + x - 3$

$x^2 + x - x - 3 = 0$

$x^2 - 3 = 0$

$x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$

$-x = x^2 + x - 3$

$x^2 + x + x - 3 = 0$

$x^2 + 2x - 3 = 0$

$(x - 1)(x + 3) = 0$

$x - 1 = 0 \quad | \quad x + 3 = 0$

$x = 1 \quad | \quad x = -3$

A.5 Exercises

In Exercises 1–10, determine whether the equation is an identity or a conditional equation.

Identity eq → صحيحة لكل قيم x
Conditional eq → صحيحة بشروط

8. $x^2 + 2(3x - 2) = x^2 + 6x - 4$

افك

$x^2 + 6x - 4 = x^2 + 6x - 4 \rightarrow 0 = 0 \rightarrow$ identity

10. $\frac{5}{x} + \frac{3}{x} = 24$

الجمع

$\frac{5}{x} + \frac{3}{x} = 24 \Rightarrow \frac{8}{x} = \frac{24}{1}$

$8 = 24x \Rightarrow \frac{8}{24} = \frac{24}{24}x \rightarrow x = \frac{1}{3}$

In Exercises 27–48, solve the equation and check your solution. (If not possible, explain why.)

28. $8(x + 2) - 3(2x + 1) = 2(x + 5)$

فك الاقواس

افك

$8x + 16 - 6x - 3 = 2x + 10$

$2x + 13 = 2x + 10$

$2x - 2x = 10 - 13 \Rightarrow 0 = -3$ impossible → No Sol

44. $\frac{6}{x} - \frac{2}{x+3} = \frac{3(x+5)}{x^2+3x}$

وحد المقامات للطرف الايسر

$\frac{6}{x} - \frac{2}{x+3} = \frac{3(x+5)}{x^2+3x}$

$\frac{6(x+3) - 2x}{x(x+3)} = \frac{3(x+5)}{x^2+3x}$

$6(x+3) - 2x = 3(x+5)$

الحل

$6(x+3) - 2x = 3(x+5)$

$6x + 18 - 2x = 3x + 15$

$4x + 18 = 3x + 15$

$4x - 3x = 15 - 18$

$x = -3 \rightarrow$ No Sol

لان $x=-3$ ما بنفع نعوض بيها بالمعادلة

In Exercises 49–54, write the quadratic equation in general form.

اكتب المعادلة التربيعية بالصورة العامة

$ax^2+bx+c=0$

54. $x(x+2) = 5x^2 + 1$

الحل

نك، لقرس

* نصفي المعادلة

$x^2 + 2x = 5x^2 + 1$

$5x^2 + 1 - x^2 - 2x = 0$

$4x^2 - 2x + 1 = 0$

In Exercises 55–68, solve the quadratic equation by factoring.

حل المعادلة التربيعية بالتحليل

68. $(x + a)^2 - b^2 = 0$, a and b are real numbers

الحل

$(x+a)^2 - b^2 = 0$ فحل $\Rightarrow [(x+a)-b][(x+a)+b] = 0$

$x+a-b = 0$ | $x+a+b = 0$

$x = b-a$ | $x = -b-a$

لاحظ ان

$x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$

فرق بين مربعين

In Exercises 69–82, solve the equation by extracting square roots.

حل المعادلة بأخذ √

80. $(4x + 7)^2 = 44$

الحل

$(4x+7)^2 = 44 \rightarrow \sqrt{(4x+7)^2} = \sqrt{44}$

$4x+7 = \pm 2\sqrt{11} \rightarrow 4x = -7 \pm 2\sqrt{11}$

$x = \frac{-7}{4} - \frac{1}{2}\sqrt{11}$

* $\sqrt{44} = \sqrt{4 \cdot 11} = 2\sqrt{11}$

* الـ √ بشيل التربيع

In Exercises 83–92, solve the quadratic equation by completing the square.

حل المعادلة بإكمال المربع

92. $4x^2 - 4x - 99 = 0$

$4x^2 - 4x = 99$

$\frac{4x^2}{4} - \frac{4x}{4} = \frac{99}{4}$

الحل $x^2 - x = \frac{99}{4}$

$x^2 - x + \frac{1}{4} = \frac{99}{4} + \frac{1}{4}$

$(x-\frac{1}{2})^2 = \frac{100}{4}$

$\sqrt{(x-\frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{100}{4}}$

$x - \frac{1}{2} = \frac{10}{2} = \pm 5$

$x = \frac{1}{2} \pm 5$

In Exercises 93–116, use the Quadratic Formula to solve the equation.

98 $x^2 - 10x + 22 = 0$

الحل $a=1$, $b=-10$, $c=22$

$x^2 - 10x + 22 = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{10 \pm \sqrt{100-4(1)(22)}}{2} = \frac{10 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{10 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

$x = \frac{10}{2} \pm \frac{2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 5 \pm \sqrt{3}$

In Exercises 125–134, solve the equation using any convenient method.

حل المعادلة بالطريقة المناسبة

$x^2 - a^2 = (x-a)(x+a)$ فرق بين مربعين

132. $a^2x^2 - b^2 = 0$, a and b are real numbers

$a^2x^2 - b^2 = 0$ ← نحلل

$(ax-b)(ax+b)=0$

الحل: $ax-b=0$ | $ax+b=0$

$ax = b$ | $ax = -b$

$x = \frac{b}{a}$ | $x = \frac{-b}{a}$

In Exercises 135–152, find all solutions of the equation. Check your solutions in the original equation.

136 $20x^3 - 125x = 0$

نخرج 5x عامل مشترك

$20x \cdot x^2 - 125x = 0$

$5x(4x^2 - 25) = 0$

$5x(2x+5)(2x-5)=0$

الحل:

$5x=0$ | $2x+5=0$ | $2x-5=0$

$x=0$ | $x=-\frac{5}{2}$ | $x=\frac{5}{2}$

Check: $x=\frac{5}{2}$

$20(\frac{5}{2})^3 - 125 \cdot \frac{5}{2} = \frac{20 \cdot 125}{8} - \frac{125 \cdot 5}{2} = 0$

$x=-\frac{5}{2}$ ، $x=0$ لذلك عند

138. $x^6 - 64 = 0$

$x^6 - 64 = 0$

الحل: حل فرق بين مربعين

$(x^3-8)(x^3+8)=0$

$x^3 - 8 = 0$ | $x^3 + 8 = 0$

$x^3 = 8$ | $x^3 = -8$

$x = 2$ | $x = -2$

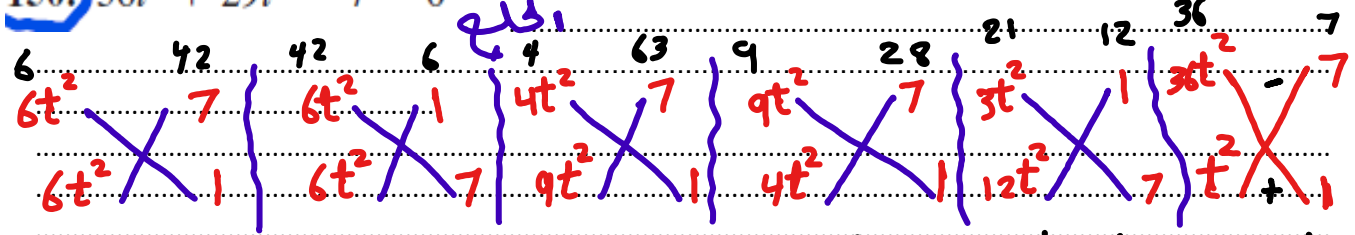
Check

$x=2 \Rightarrow 2^6 - 64 = 0$

$x=-2 \Rightarrow (-2)^6 - 64 = 0$

150. $36t^4 + 29t^2 - 7 = 0$

نحلل الـ $36t^4$ و 7



نضرب طرفي المقص ونطرح لأنه اشارة الـ 7 سالبة التي بقطع 29 هو الجمع

$(36t^2-7)(t^2+1)=0$

$36t^2-7=0 \Rightarrow 36t^2=7 \Rightarrow t^2=\frac{7}{36} \Rightarrow t=\pm\frac{\sqrt{7}}{6}$

$t^2+1=0$
$t^2=-1$ مرفوض

In Exercises 153–184, find all solutions of the equation. Check your solutions in the original equation.

$(x-9)^2$
مربع الثاني الثاني x في 1 في $2x$ في $-$ مربع الاول

160. $x+\sqrt{31-9x}=5$

الحل

$x+\sqrt{31-9x}=5$

$\sqrt{31-9x}=5-x$

$(\sqrt{31-9x})^2=(5-x)^2$

$31-9x=25-10x+x^2$

$x^2-10x+25-31+9x=0$

$x^2-x-6=0$

$(x+2)(x-3)=0$

$x+2=0 \Rightarrow x=-2$

$x-3=0 \Rightarrow x=3$

* انقل الـ x بعكس الاشارة
* ربع الطرفين ← التربيع بشبل الجذر

184. $|x-10| = x^2-10x$

هذا ما بداخل القيمة المطلقة
صرة نفس ما هو
وصرة غير اشارته

الحل

$x-10=x^2-10x$

$x^2-10x-x+10=0$

$x^2-11x+10=0$

$(x-1)(x-10)=0$

$x-1=0 \Rightarrow x=1$

$x-10=0 \Rightarrow x=10$

$-x+10=x^2-10x$

$x^2-10x+x-10=0$

$x^2-9x-10=0$

$(x-10)(x+1)=0$

$x-10=0 \Rightarrow x=10$

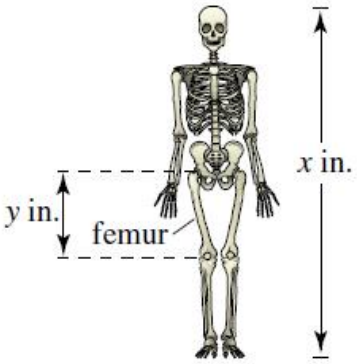
$x+1=0 \Rightarrow x=-1$

185. ***Anthropology*** The relationship between the length of an adult's femur (thigh bone) and the height of the adult can be approximated by the linear equations

$y = 0.432x - 10.44$ Female

$y = 0.449x - 12.15$ Male

where y is the length of the femur in inches and x is the height of the adult in inches (see figure).



(a) An anthropologist discovers a femur belonging to an adult human female. The bone is 16 inches long. Estimate the height of the female.

(b) From the foot bones of an adult human male, an anthropologist estimates that the person's height was 69 inches. A few feet away from the site where the foot bones were discovered, the anthropologist discovers a male adult femur that is 19 inches long. Is it likely that both the foot bones and the thigh bone came from the same person?

(c) Complete the table to determine if there is a height of an adult for which an anthropologist would not be able to determine whether the femur belonged to a male or a female.

Height, x	Female femur length, y	Male femur length, y
60		
70		
80		
90		
100		
110		

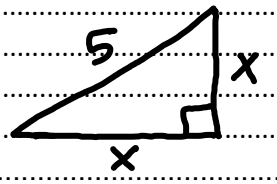
مثلث قائم متساوي الساقين الوتر

190. *Geometry* The hypotenuse of an isosceles right triangle is 5 centimeters long. How long are its sides?

طول كم الضلعين

مثلث قائم الزاوية متساوي الساقين طول الوتر = 5 Cm

اوجد طول الضلعين ؟



لنفرض ان طول أحد الضلعين = x

من نظرية فيثاغورس

$x^2 + x^2 = 25 \Rightarrow 2x^2 = 25$

$x^2 = \frac{25}{2} \Rightarrow x = \frac{5}{\sqrt{2}}$

الحل السالب مرفوض

---

194. *Airline Passengers* An airline offers daily flights between Chicago and Denver. The total monthly cost C (in millions of dollars) of these flights is $C = \sqrt{0.2x + 1}$ where x is the number of passengers (in thousands). The total cost of the flights for June is 2.5 million dollars. How many passengers flew in June?

تقدم شركة طيران رحلة يومية بين شيكاغو و دنفر

التكلفة الشهرية الاجمالية c بملايين الدولارات لهذه الرحلات

هي $C = \sqrt{0.2x+1}$ حيث x عدد الركاب بالالاف التكلفة

الاجمالية للرحلات لشهر يونيو هي 2.5 مليون دولار

كم عدد الركاب الذين سافروا في يوليو ؟

* عوض عن $C = 2.5$

$C = \sqrt{0.2x+1}$

$2.5 = \sqrt{0.2x+1}$

* رفع الطرفين

$(2.5)^2 = (\sqrt{0.2x+1})^2$

$6.25 = 0.2x + 1$

$6.25 - 1 = 0.2x$

$5.25 = 0.2x$

$\frac{5.25}{0.2} = \frac{0.2x}{0.2}$

$x = 26.25$

204. Solve $3(x + 4)^2 + (x + 4) - 2 = 0$ in two ways.

(a) Let $u = x + 4$, and solve the resulting equation for u. Then solve the u-solution for x.

(b) Expand and collect like terms in the equation, and solve the resulting equation for x.

(c) Which method is easier? Explain.

(a) $3(x+4)^2 + (x+4) - 2 = 0$

نفرض $u = x+4$

$3u^2 + u - 2 = 0$

$3u \quad -2$

$u \quad +1$

$(3u-2)(u+1) = 0$

$3u - 2 = 0 \quad | \quad u+1=0$

$3u = 2 \quad | \quad u = -1$

$u = \frac{2}{3}$

عوض عن $u = x+4$

$x+4 = \frac{2}{3} \quad | \quad x+4 = -1$

$x = \frac{2}{3} - 4 \quad | \quad x = -5$

$x = \frac{-10}{3}$

الحل 1

فك القوس

(b) $3(x+4)^2 + (x+4) - 2 = 0$

$3(x^2 + 8x + 16) + (x+4) - 2 = 0$

$3x^2 + 24x + 48 + x + 4 - 2 = 0$

$3x^2 + 25x + 50 = 0$

$3x \quad +10$

$x \quad +5$

$(3x+10)(x+5) = 0$

$3x + 10 = 0 \quad | \quad x + 5 = 0$

$3x = -10 \quad | \quad x = -5$

$x = \frac{-10}{3}$

واجب الدرس A5 صفحة A56 و A57 و A58 و A59

In Exercises 11–26, solve the equation and check your solution.

علشان نخلص عن الكسور نضرب الاطراف في 10 لان ال 10 تقسم 2 و 5

كل حد في المعادلة يضرب في 10

22. $\frac{x}{5} - \frac{x}{2} = 3 + \frac{3x}{10}$

الحل

$10 \cdot \frac{X}{5} - \frac{10X}{2} = 3 \cdot 10 + \frac{3X}{10} \cdot 10$

$2X - 5X = 30 + 3X$

$-3X = 30 + 3X$

$-3X - 3X = 30$

$-6X = 30$

$\frac{-6X}{-6} = \frac{30}{-6} \rightarrow X = -5$

Check:

الطرف الايسر

$\frac{x}{5} - \frac{x}{2} = \frac{-5}{5} - \frac{-5}{2}$

$= -1 + \frac{5}{2}$

$= \frac{3}{2}$

الطرف الايمن

$3 + \frac{3X}{10} = 3 - \frac{15}{10}$

$= 3 - \frac{3}{2}$

$= \frac{3}{2}$

In Exercises 27–48, solve the equation and check your solution. (If not possible, explain why.)

48. $(2x + 1)^2 = 4(x^2 + x + 1)$

الحل

$(2X+1)^2 = 4(X^2 + X + 1)$

$4X^2 + 4X + 1 = 4X^2 + 4X + 4$

$0 = 0$

مجموعه الحل كل الاعداد الحقيقية

In Exercises 153–184, find all solutions of the equation. Check your solutions in the original equation.

* ربع الطرفين
* التربيع لتشيل الجذر.

162. $\sqrt{x+5} = \sqrt{x-5}$ الحل

$\sqrt{x+5} = \sqrt{x-5}$

$(\sqrt{x+5})^2 = (\sqrt{x-5})^2$

$x+5 = x-5$

$5 = -5$ (مستحيل) ⇒ لا يوجد حل
مجموعه الحل = ϕ

---

188. ***Floor Space*** The floor of a one-story building is 14 feet longer than it is wide. The building has 1632 square feet of floor space.

(a) Draw a diagram that gives a visual representation of the floor space. Represent the width as w and show the length in terms of w.

(b) Write a quadratic equation in terms of w.

(c) Find the length and width of the floor of the building.

الحل

طول ارضية مبنى مستطيل الشكل واحد هو 14 قدما أطول من عرضها. تبلغ مساحة الارضية من المبنى 1632 قدما مربعا.

① ارسم مخطط يوضح مساحة الارضية. مثل العرض بـ W، الطول بـ W+14

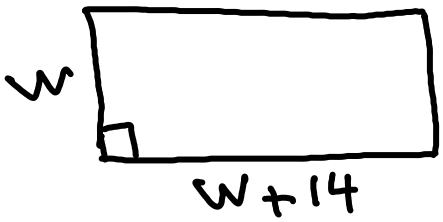
② اكتب معادلة تربيعية بدلالة W.

④ أوجد طول وعرض أرضية المبنى.

العرض = W والطول = W+14

الشكل مستطيل

مساحة المستطيل = الطول × العرض



$1632 = W(W+14)$

$1632 = W^2 + 14W$

$W^2 + 14W - 1632 = 0$

$(W+48)(W-34) = 0$

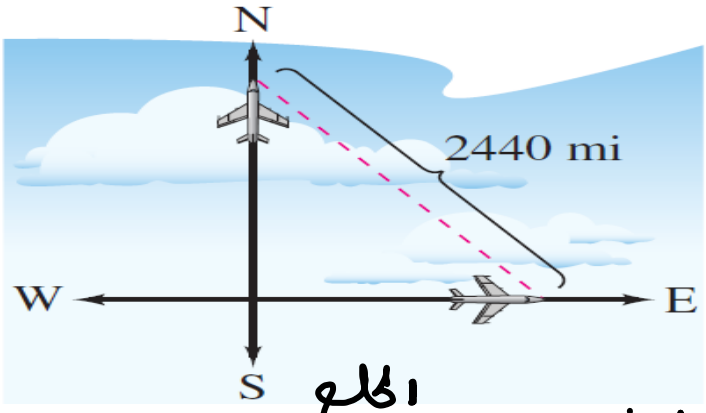
$W+48 = 0$ | $W-34=0$

$W = -48$ مرفوض | $W = 34$ العرض

الطول $= W+14 = 34+14$

$= 48$

192. ***Flying Speed*** Two planes leave simultaneously from Chicago's O'Hare Airport, one flying due north and the other due east (see figure). The northbound plane is flying 50 miles per hour faster than the eastbound plane. After 3 hours, the planes are 2440 miles apart. Find the speed of each plane.



الحل

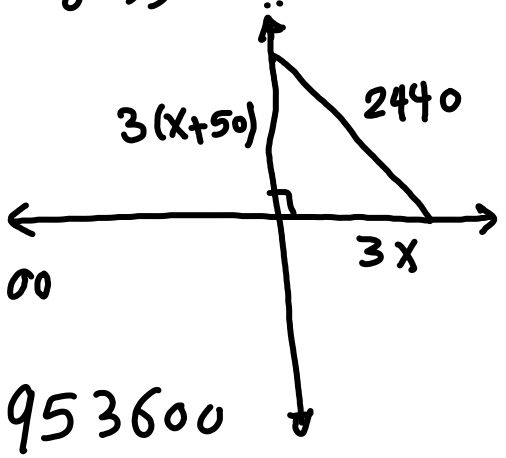
تقاد ر طائرتان من نفس الوقت من مطار أوهير بشيكاغو. احدهما تحلق باتجاه الشمال والاخرى باتجاه الشرق (كما بالشكل) الطائره المتجهة شمالاً تحلق أسرع بمقدار 50 ميلاً في الساعة من الطائرة المتجهه شرقاً. بعد ٣ ساعات، تصبح المسافه بين الطائرتين 2440 ميلاً. اوجد سرعه كل طائره.

المسافة = سرعة × الزمن

* نفرض ان سرعة الطائرة المتجهة شرقا = X
بعد ٣ ساعات تكون المسافة المقطوعة شرقا = 3X

* سرعة الطائرة المتجهة شمالا = (X+50)
بعد ٣ ساعات تكون المسافة المقطوعة شمالا = 3(X+50)

من نظرية فيثاغورس



$$(3X)^2 + [3(X+50)]^2 = (2440)^2$$

$$9X^2 + 9(X^2 + 100X + 2500) = 5953600$$

$$9X^2 + 9X^2 + 900X + 22500 = 5953600$$

$$18X^2 + 900X = 5931100$$

$$9X^2 + 450 - 2965550 = 0$$

$a = 9$ ، $b = 450$ ، $c = -2965550$

$$X = \frac{-45 \pm \sqrt{(450)^2 - 4(9)(-2965550}}{36}$$

أكمل الحل مع العلم
مثل هذي المسائل تحتاج حاسبة
و الحاسبة ممنوعة

CHAPTER- (0)- Equations and Inequalities

حل المتباينات الخطية في متغير واحد

Solving a Linear Inequality in One Variable

Example 2 Solving Linear Inequalities

Solve each inequality.

* نجمع الـ x في طرف والاعداد في طرف

a. $5x - 7 > 3x + 9$

الحل

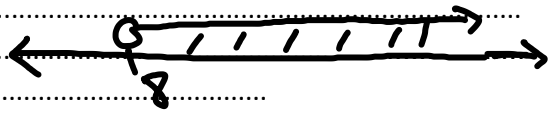
$5x - 7 > 3x + 9$

$5x - 3x > 9 + 7$

$2x > 16$

$\frac{2x}{2} > \frac{16}{2} \Rightarrow x > 8$

مجموعة الحل = $(8, \infty)$



b. $1 - \frac{3x}{2} \geq x - 4$

علشان نخلص مقام الـ 2 نضرب المتباينة كلها في 2 عشان تكون خطية

الحل

$2 \cdot 1 - 2 \cdot \frac{3x}{2} \geq 2 \cdot x - 2 \cdot 4$

$2 - 3x \geq 2x - 8$

غالبا ننقل الصغير للكبير

$2 + 8 \geq 2x + 3x$

$10 \geq 5x$ اقسم على 5

$\frac{10}{5} \geq \frac{5x}{5}$

$2 \geq x \Rightarrow$ مجموعة الحل = $(-\infty, 2]$

25. $2x + 7 < 3 + 4x$

الحل

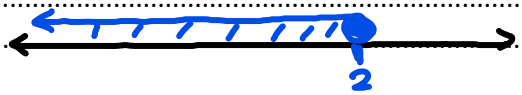
$2x + 7 < 3 + 4x$

$7 - 3 < 4x - 2x$

$4 < 2x$

$\frac{4}{2} < \frac{2x}{2}$ اقسم على 2

$2 < x \Rightarrow$ مجموعة الحل = $(-\infty, 2]$



Example 3 Solving a Double Inequality

* حل متباينات تحتوي علامتين
* تسمى متباينة محدودة

$$-3 \le 6x - 1 < 3$$

الحل

انقل الـ 1 للأطراف

$-3 \le 6x - 1 < 3$

$-3 + 1 \le 6x < 3 + 1$

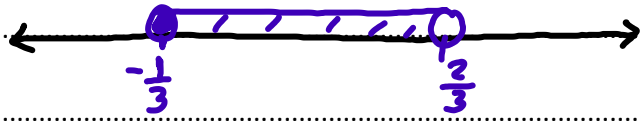
$-2 \le 6x < 4$

أقسم على 6

$\frac{-2}{6} \le \frac{6x}{6} < \frac{4}{6}$

$\frac{-1}{3} \le x < \frac{2}{3}$

مجموعة الحل $= [\frac{-1}{3}, \frac{2}{3})$



---

37. $1 < 2x + 3 < 9$

الحل

انقل الـ 3 بعكس الإشارة

$1 < 2x + 3 < 9$

$1 - 3 < 2x < 9 - 3$

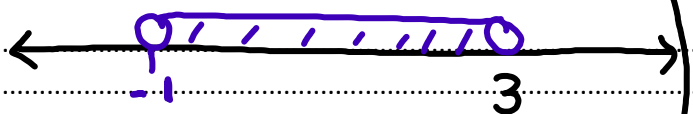
$-2 < 2x < 6$

أقسم على 2

$\frac{-2}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{6}{2}$

$-1 < x < 3$

مجموعة الحل $= (-1, 3)$



ملاحظات: هامة جداً:

* لو عندك $-2x > 6$

لو قسمت على -2 للطرفين

لازم تغيير العلامة

$\frac{-2x}{-2} > \frac{6}{-2} \Rightarrow x < -3$

* لو عندك

$-4 < -2x < 6$

لو قسمنا على -2 تغيير العلامة

$\frac{-4}{-2} < \frac{-2x}{-2} < \frac{6}{-2}$

$2 > x > -3$

مجموعة الحل $= (-3, 2)$

Inequalities Involving Absolute Values

متباينات تحتوي قيمة مطلقة

1. The solutions of $|x| < a$ are all values of x that lie between $-a$ and a.

   $|x| < a$ if and only if $-a < x < a$. Double inequality

2. The solutions of $|x| > a$ are all values of x that are less than $-a$ or greater than a.

   $|x| > a$ if and only if $x < -a$ or $x > a$. Compound inequality

① $|X| <$ عدد موجب أقل
فإن العدد داخل القيمة المطلقة < سالب العدد

② $|X| <$ عدد سالب
فإن مجموعة الحل $= \phi$

③ $|\quad| >$ عدد موجب
فإن العدد داخل القيمة المطلقة > العدد − خارج القيمة المطلقة

④ $|\quad| >$ عدد سالب
فإن مجموعة الحل $= R$

Example 4 Solving an Absolute Value Inequality

Solve each inequality.

a. $|x - 5| < 2$

الكل

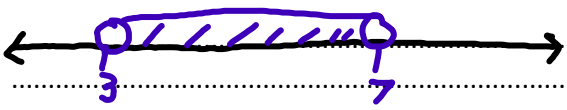
$|X-5| < 2$

$-2 < X-5 < 2$

$-2+5 < X < 2+5$

$3 < X < 7$

مجموعة الحل $= (3, 7)$



b. $|x + 3| \geq 7$

الكل

$|X+3| \geq 7$

$X+3 \geq 7$

$X \geq 7-3$

$X \geq 4$

مجموعة الحل $[4, \infty)$

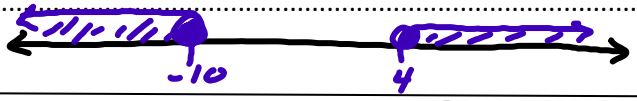
$X+3 \leq -7$

$X \leq -7-3$

$X \leq -10$

مجموعة الحل $(-\infty, -10]$

مجموعة الحل $= (4, \infty) \cup (-\infty, -10]$



A.6 Exercises

In Exercises 1–6, (a) write an inequality that represents the interval and (b) state whether the interval is bounded or unbounded.

محدودة
غير محدودة

4. $[-5, \infty)$

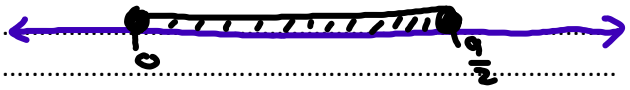
① لو عند ∞ فإن المتباينة تكون x أكبر من العدد
② لو عند لا ∞ - فإن المتباينة x أقل من العدد
③ لو الفترة فيها ∞ أو ∞- تكون غير محدودة

$x \geq -5$ ← غير محدودة

In Exercises 7–12, match the inequality with its graph. [The graphs are labeled (a), (b), (c), (d), (e), and (f).]

الاجابة = المفروض تختار الرسمة اللي تمثل المتباينة

10. $0 \leq x \leq \frac{9}{2}$



In Exercises 13–18, determine whether each value of x is a solution of the inequality.

Inequality	*Values*	
18. $\lvert 2x - 3 \rvert < 15$	(a) $x = -6$	(b) $x = 0$
	(c) $x = 12$	(d) $x = 7$

لحل المتباينة اوجد =

$|2x-3| < 15$

$-15 < 2x-3 < 15$

$-15+3 < 2x < 15+3$

$-12 < 2x < 18$

$-6 < x < 9$

مجموعة الحل = $(-6, 9)$

$12, -6 \notin (-6, 9)$ No Sol

$7, 0 \in (-6, 9)$ Sol

In Exercises 19–44, solve the inequality and sketch the solution on the real number line. (Some inequalities have no solutions.)

38. $-8 \le -(3x+5) < 13$

الحل

$-8 \le -(3x+5) < 13$

اضرب في (-1) وغير الاشارة

$8 \ge 3x+5 > -13$

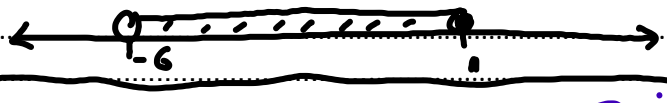
$8-5 \ge 3x > -13-5$

$3 \ge 3x > -18$

$\frac{3}{3} \ge \frac{3x}{3} > \frac{-18}{3}$

$1 \ge x > -6$

مجموعة الحل $= (-6, 1]$



40. $0 \le \frac{x+3}{2} < 5$

الحل

اضرب في ② كل الاطراف

$0 \le \frac{x+3}{2} < 5$

$2 \cdot 0 \le 2 \cdot \frac{x+3}{2} < 5 \cdot 2$

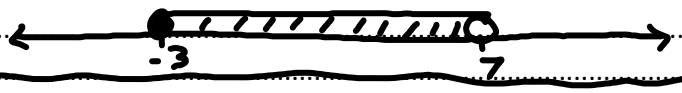
$0 \le x+3 < 10$

$0-3 \le x < 10-3$

$-3 \le x < 7$

مجموعة الحل $= [-3, 7)$

ضربنا في ② علشان نخلي المتباينة خطية



42. $-1 < 2 - \frac{x}{3} < 1$

الحل

اضرب في ③

$-1 < 2 - \frac{x}{3} < 1$

$3 \cdot (-1) < 2 \cdot 3 - \frac{x}{3} \cdot 3 < 1 \cdot 3$

$-3 < 6 - x < 3$

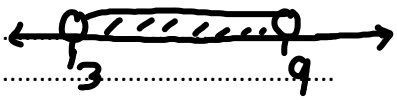
$-3-6 < -x < 3-6$

اضرب في (-1) وغير الاشارة

$-9 < -x < -3$

$9 > x > 3$

مجموعة الحل $= (3, 9)$



50. $|x-7| < -5$

* القيمة المطلقة دائما وابدا موجبة
* لو القيمة المطلقة اكبر من سالب فإن مجموعة الحل $= \mathbb{R}$

مجموعة الحل $= \phi$

26. $3x+1 \ge 2+x$

الحل

$3x+1 \ge 2+x$

$3x-x \ge 2-1$

$2x \ge 1$ اقسم على ② $\Rightarrow x \ge \frac{1}{2}$

مجموعة الحل $= [\frac{1}{2}, \infty)$

60 $3|4-5x| \le 9$

الحل

$3|4-5x| \le 9$

اقسم على ③ طرفي المتباينة

$|4-5x| \le 3$

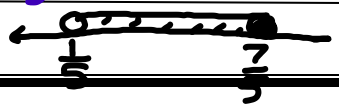
$-3 \le 4-5x \le 3$

$-3-4 \le -5x \le 3-4$

$\frac{-7}{-5} \le \frac{-5x}{-5} \le \frac{-1}{-5}$

$\frac{7}{5} \ge x \ge \frac{1}{5}$

مجموعة الحل $= [\frac{1}{5}, \frac{7}{5}]$



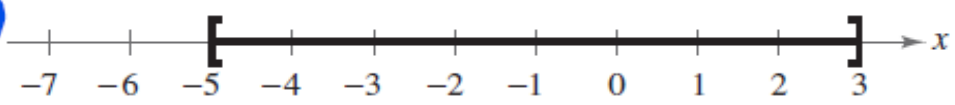
82. ***Think About It*** The graph of $|x - 2| > 5$ can be described as all real numbers more than five units from 2. Give a similar description of $|x - 8| > 4$.

الحل

the graph of $|X-8| > 4$ can be described as all real numbers more than four from 8

In Exercises 83–90, use absolute value notation to define the interval (or pair of intervals) on the real number line.

86.



الحل

طالما الفترة محدودة فإنه الفترة حل لمتباينة قيمة مطلقة أقل من $1 <$

* العدد في منتصف الفترة $= -1$

* منتصف المسافة بين -5 و $3 = \frac{3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$

$|X - (\text{منتصف الفترة})| \leq$ منتصف المسافة

$|X - (-1)| \leq 4 \Rightarrow |X + 1| \leq 4$

خذنا اليساري لأن الفترة مغلقة

---

96. ***Cost, Revenue, and Profit*** The revenue for selling x units of a product is $R = 24.55x$. The cost of producing x units is

$$C = 15.4x + 150{,}000.$$

To obtain a profit, the revenue must be greater than the cost. For what values of x will this product return a profit?

التكلفة الايرادات الربح

الايرادات لعدد وحدات X من منتج ص $\boxed{R = 24.55X}$ تكلفة الانتاج لعدد وحدات X تعطى بالعلاقة

$C = 15.4X + 150{,}000$

لكي نحصل على الربح الايرادات يجب انه تكون أكبر من التكلفة

لاي قيم X سيعود المنتج بالربح .

الإيرادات > التكلفة

$R > C$

$24.55X > 15.4X + 150,000$

$24.55X - 15.4X > 150,000$

$9,15X > 150,000$

$\frac{9,15X}{9,15} > \frac{150,000}{9,15}$

$X > 16393,44$

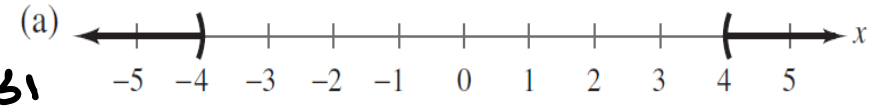
المنتج سيعود بالربح عندما يكون عدد الوحدات المباعة 16394 وحدة أو أكثر

A69 و A68 و A67 و A66 صفحة A6 واجب الدرس

المطلوب توصيل المتباينة برسمتها

In Exercises 7–12, match the inequality with its graph. [The graphs are labeled (a), (b), (c), (d), (e), and (f).]

12. $|x| > 4$



الحل

$|X| > 4$

$X > 4 \rightarrow (4, \infty)$

$X < -4 \rightarrow (-\infty, -4)$

In Exercises 45–60, solve the inequality and sketch the solution on the real number line. (Some inequalities have no solution.)

القيمة المطلقة دائما وابدا موجبة

50. $|x - 7| < -5$ الحل

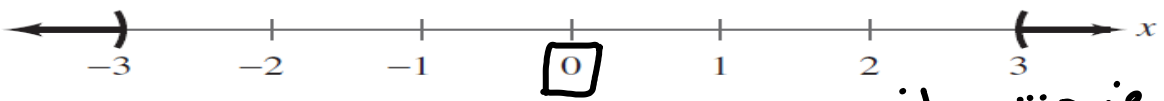
مجموعة الحل $= \phi$

* لو القيمة المطلقة أكبر من عدد سالب فإن مجموعة الحل $= R$

In Exercises 83–90, use absolute value notation to define the interval (or pair of intervals) on the real number line.

* الفترات غير محدودة هي حل لمتباينة أكبر من

84.



* العدد في منتصف الفترة بين 3، -3 هو 0

* العدد في منتصف المسافة بين 3، -3 $= \frac{3+3}{2} = 3$

$|X - 0| > 3$

$|X| > 3$

102. ***Egg Production*** The number of eggs E (in billions) produced in the United States from 1990 to 2002 can be modeled by

$$E = 1.64t + 67.2, \quad 0 \le t \le 12$$

where t represents the year, with $t = 0$ corresponding to 1990. (Source: U.S. Department of Agriculture)

(a) According to this model, when was the annual egg production 70 billion, but no more than 80 billion?

(b) According to this model, when will the annual egg production exceed 95 billion?

@ متى كان انتاج البيض السنوي 70 مليار لكن ليس أكثر من 80 مليار

$70 < E < 80 \Rightarrow 70 < 1.64t + 67.2 < 80$

* انقل الـ 67.2 للطرفين.
* اقسم الأطراف على 1.64.

$70 - 67.2 < 1.64t < 80 - 67.2$

$2.8 < 1.64t < 12.8$

$\frac{2.8}{1.64} < \frac{1.64t}{1.64} < \frac{12.8}{1.64}$

$\Rightarrow 1.707 < t < 7.805$

بما أن $t=0$ يقابل عام 1990 فإن هذه الفترة الزمنية تتوافق مع السنوات من 1991 الى 1997

$(1990 + 1.707)$ $(1990 + 7.805)$

(b) $E > 95$

$1.64t + 67.2 > 95$

$1.64t > 95 - 67.2$

$1.64t > 27.8$

اقسم الأطراف على 1.64

$\frac{1.64t}{1.64} > \frac{27.8}{1.64}$

$t > 16.95$

انتاج البيض يتجاوز 95 مليار بعد عام

$1990 + 16.95 = 2006$

109. ***Meteorology*** An electronic device is to be operated in an environment with relative humidity h in the interval defined by $|h - 50| \leq 30$. What are the minimum and maximum relative humidities for the operation of this device?

الحل

الأرصاد الجوية: يجب تشغيل جهاز الكتروني في بيئة ذات رطوبة نسبية h في الفتره المحدده بالمتباينه $|h-50| \leq 30$ ما هي الرطوبة النسبية الدنيا والقصوى لتشغيل هذا الجهاز؟

فك المتباينه $|h-50| \leq 30$

انقل الـ 50 للطرفين $-30 \leq h-50 \leq 30$

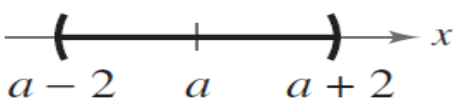
$50-30 \leq h \leq 30+50$

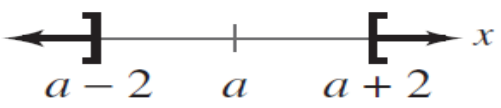
$20 \leq h \leq 80$

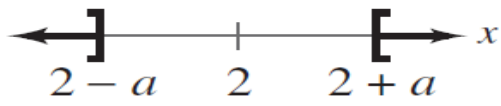
الرطوبة النسبية الدنيا : 20

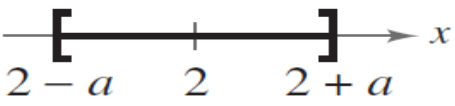
الرطوبة النسبية القصوى : 80

113. Identify the graph of the inequality $|x - a| \geq 2$.

(a) 

(b) 

(c) 

(d) 

الحل

$|X-a| \geq 2$

$X-a \geq 2$

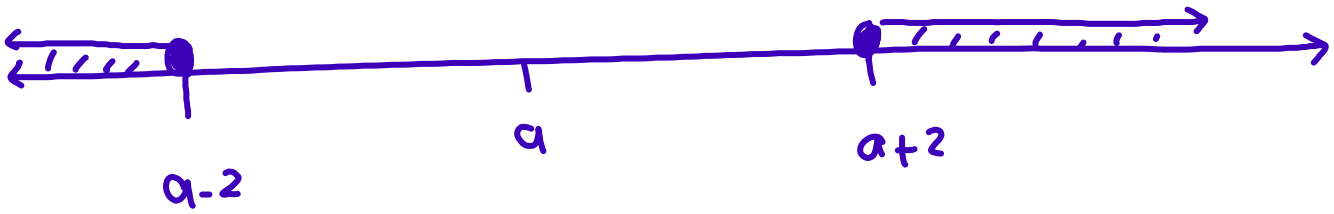
$X \geq 2+a$

$[2+a, \infty)$

$X-a \leq -2$

$X \leq -2+a$

$(-\infty, -2+a]$



.....